

計量経済 I : 復習テスト 3

学籍番号 _____ 氏名 _____

2020 年 5 月 12 日

注意：正答に修正した上で，復習テスト 1~8 を（左上で）ホチキス止めし，中間試験実施日（6 月 16 日の予定）にまとめて提出すること．すべての質問に解答しなければ提出とは認めない．

1. 次の確率変数を考える．

$$X := \begin{cases} 1 & \text{with pr. } 1/2 \\ 0 & \text{with pr. } 1/2 \end{cases}$$

(a) X の cdf を式とグラフで表しなさい．

(b) X の pmf を式とグラフで表しなさい．

2. 次の確率変数を考える．

$$X := \begin{cases} 1 & \text{with pr. } p \\ 0 & \text{with pr. } 1 - p \end{cases}$$

(a) $E(X)$ を求めなさい．

(b) $E(X^2)$ を求めなさい．

(c) $\text{var}(X)$ を求めなさい．

3. 確率変数 X について以下の公式が成り立つことを示しなさい.

(a)

$$E(aX + b) = aE(X) + b$$

(b)

$$\text{var}(aX + b) = a^2 \text{var}(X)$$

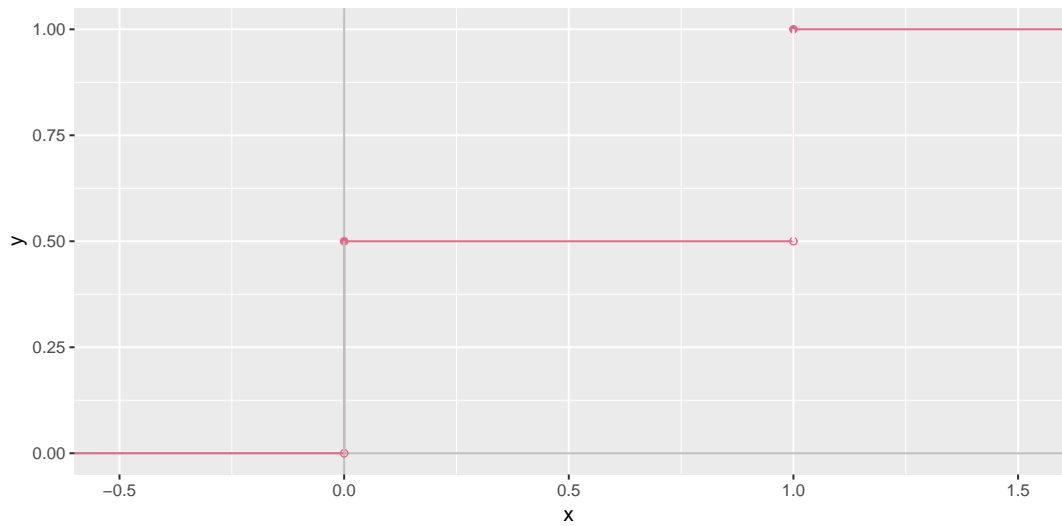
(c)

$$\text{var}(X) = E(X^2) - E(X)^2$$

解答例

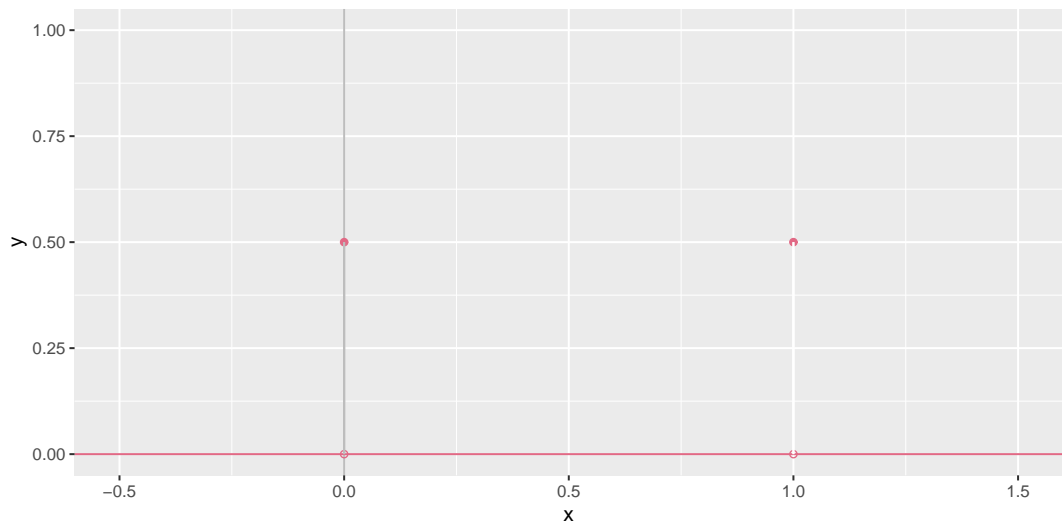
1. (a)

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < 0 \\ 1/2 & \text{for } 0 \leq x < 1 \\ 1 & \text{for } 1 \leq x \end{cases}$$



(b)

$$p_X(x) = \begin{cases} 1/2 & \text{for } x = 0, 1 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$



2. (a)

$$\begin{aligned} E(X) &:= 1 \cdot p + 0 \cdot (1 - p) \\ &= p \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} E(X^2) &:= 1^2 \cdot p + 0^2 \cdot (1-p) \\ &= p \end{aligned}$$

(c) $E(X) = p$ より

$$\begin{aligned} \text{var}(X) &:= (1-p)^2 \cdot p + (0-p)^2 \cdot (1-p) \\ &= p(1-p)^2 + p^2(1-p) \\ &= p(1-p) \end{aligned}$$

3. (a) X が連続なら

$$\begin{aligned} E(aX + b) &:= \int_{-\infty}^{\infty} (ax + b)f_X(x) dx \\ &= a \int_{-\infty}^{\infty} xf_X(x) dx + b \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) dx \\ &= aE(X) + b \end{aligned}$$

離散の場合も同様.

(b)

$$\begin{aligned} \text{var}(aX + b) &:= E((aX + b - E(aX + b))^2) \\ &= E([aX + b - (aE(X) + b)]^2) \\ &= E([a(X - E(X))]^2) \\ &= E(a^2(X - E(X))^2) \\ &= a^2 E((X - E(X))^2) \\ &= a^2 \text{var}(X) \end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned} \text{var}(X) &:= E((X - \mu_X)^2) \\ &= E(X^2 - 2\mu_X X + \mu_X^2) \\ &= E(X^2) - 2\mu_X E(X) + \mu_X^2 \\ &= E(X^2) - \mu_X^2 \end{aligned}$$