

## 計量経済 I : 復習テスト 8

学籍番号 \_\_\_\_\_ 氏名 \_\_\_\_\_

2020 年 6 月 9 日

注意：すべての質問に解答しなければ提出とは認めない。正答に修正した上で、復習テスト 1~8 を（左上で）ホチキス止めし、中間試験実施日（6 月 16 日の予定）にまとめて提出すること。

1. 2 変量データを  $((y_1, x_1), \dots, (y_n, x_n))$  とする。  $y_i$  の  $x_i$  上への定数項のない古典的正規線形回帰モデルは

$$y_i = \beta x_i + u_i$$
$$\{u_i\} | \{x_i\} \sim \text{IN}(0, \sigma^2)$$

$\beta$  の OLS 推定量を  $b$  とする。  $\sigma^2$  を既知として次の両側検定問題を考える。

$$H_0 : \beta = c \quad \text{vs} \quad H_1 : \beta \neq c$$

- (a)  $b$  の分布を求めなさい。

- (b)  $H_0$  の下で  $N(0, 1)$  にしたがう検定統計量を与えなさい。

- (c)  $H_0$  の下で  $\chi^2(1)$  にしたがう検定統計量を与えなさい。

2. 前問と同じ回帰モデルを仮定し,  $\sigma^2$  を未知として片側検定問題を考える.

(a)  $\sigma^2$  の不偏推定量  $s^2$  を定義しなさい.

(b)  $s^2$  の分布を与えなさい.

(c) 検定統計量を与えなさい.

(d) 検定統計量の  $H_0$  の下での分布を与えなさい.

3. 前問と同じ回帰モデルを仮定し,  $\sigma^2$  を未知として両側検定問題を考える.

(a) 前問とは別の検定統計量を与えなさい.

(b) 検定統計量の  $H_0$  の下での分布を与えなさい.

解答例

1. (a)

$$b|x_1, \dots, x_n \sim N\left(\beta, \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2}\right)$$

(b)

$$Z := \frac{b - c}{\sqrt{\sigma^2 / \sum_{i=1}^n x_i^2}}$$

(c)

$$\chi^2 := \frac{(b - c)^2 \sum_{i=1}^n x_i^2}{\sigma^2}$$

2. (a)

$$s^2 := \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - bx_i)^2$$

(b)

$$\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$$

(c)

$$t := \frac{b - c}{\sqrt{s^2 / \sum_{i=1}^n x_i^2}}$$

(d)

$$t \sim t(n-1)$$

3. (a)

$$F := \frac{(b - c)^2 \sum_{i=1}^n x_i^2}{s^2}$$

(b)

$$F \sim F(1, n-1)$$