計量経済 II：期末試験（持ち帰り）

村澤 康友

提出期限：2021 年 1 月 31 日 (日)
提出方法：My KONAN

注意：指定のワードファイルの解答用紙に解答を入力し，pdf ファイルに変換して提出すること．計算には計算機を使用すること．何を参照してもよいが，決して他人と相談しないこと．

1. （20 点）以下の用語の定義を式または言葉で書きなさい（各 20 字程度）．
   （a）d 次の和分過程
   （b）見せかけの回帰
   （c）$(1,1)$ 次の共和分過程
   （d）ARCH(q) 過程
2. （30 点）日本の平均経済成長率の構造変化を検証したい．以下の変数を定義する．
   - Y_t：1 人当たり実質 GDP（季節調整済み）
   - $D_{1,t}$：第 1 次オイル・ショック（1974 年第 1 四半期）の構造変化ダミー
   - $D_{2,t}$：バブル崩壊（1991 年第 2 四半期）の構造変化ダミー

   $\Delta \ln Y_t$ の $(D_{1,t}, D_{2,t})$ 上への線形回帰モデルは，任意の t について

   $$\mathrm{E}(\Delta \ln Y_t | D_{1,t}, D_{2,t}) = \alpha + \beta D_{1,t} + \gamma D_{2,t}$$

   回帰分析の結果は以下の通りであった．

   $$\widehat{\text{ld\_GDP\_JP}} = \underset{(0.0018380)}{0.0227858} - \underset{(0.0019183)}{0.0131516}\,\mathrm{D1} - \underset{(0.0017236)}{0.00701648}\,\mathrm{D2}$$
   $$T = 161 \quad \bar{R}^2 = 0.3295 \quad F(2,158) = 37.401 \quad \hat{\sigma} = 0.011131$$

   (丸括弧内は頑健標準誤差)

   以下の 3 つの問題を検証したい．
   （a）第 1 次オイル・ショック後の平均経済成長率の低下の有無
   （b）バブル崩壊後の平均経済成長率の低下の有無
   （c）観測期間を通じた平均経済成長率の構造変化の有無
   それぞれ検定問題を定式化し，検定統計量の値，その H_0 の下での（近似的な）分布，有意水準 5 %の検定の（近似的な）棄却域を示した上で，検定の結果を述べなさい．

3.（50 点）長期金利 $\{r_{l,t}\}$ と短期金利 $\{r_{s,t}\}$ の共和分関係を検証したい．そこで 1952〜1994 年のカナダの長短金利の年次データについて Engle–Granger の共和分検定を実行し，以下の結果を得た．

```
ステップ 1: r_l の単位根検定
但し、1個の (1-L)r_l のラグを含む
帰無仮説: a = 1
  モデル: (1-L)y = b0 + (a-1)*y(-1) + ... + e
  (a-1) の推定値 (estimated value): -0.0767339
  検定統計量: tau_c(1) = -1.58083
  漸近的 p 値 0.4924
ステップ 2: r_s の単位根検定
但し、1個の (1-L)r_s のラグを含む
帰無仮説: a = 1
  モデル: (1-L)y = b0 + (a-1)*y(-1) + ... + e
  (a-1) の推定値 (estimated value): -0.166146
  検定統計量: tau_c(1) = -2.04577
  漸近的 p 値 0.2673
ステップ 3: 共和分回帰
最小二乗法 (OLS), 観測: 1952-1994 (T = 43)
従属変数: r_l
               係数       標準誤差       t 値          p 値
  ---------------------------------------------------------
  const      2.76371     0.315359      8.764    6.08e-011 ***
  r_s        0.757341    0.0412996    18.34     2.28e-021 ***
ステップ 4: uhat の単位根検定
但し、1個の (1-L)uhat のラグを含む
帰無仮説: a = 1
  モデル: (1-L)y = (a-1)*y(-1) + ... + e
  (a-1) の推定値 (estimated value): -0.460161
  検定統計量: tau_c(2) = -2.94994
  漸近的 p 値 0.1226
```

以下の問いに答えなさい．なお各ステップの検定の有意水準は 5 ％とする．

（a）ステップ 1, 2 の単位根検定問題の H_0 に対する H_1 を書きなさい．

（b）ステップ 1, 2 の単位根検定の検定統計量（τ 統計量）と通常の t 統計量の違いを説明しなさい．

（c）ステップ 1, 2 の単位根検定の結果を説明しなさい．

（d）ステップ 1, 2 の結果を踏まえ，ステップ 3 の共和分回帰の標準誤差・t 値・p 値が正しくない理由を説明しなさい．

（e）Engle–Granger の共和分検定の結果を説明しなさい．それを踏まえてステップ 3 の共和分回帰の係数の推定値が正しいかどうか，正しくない場合はどうすれば正しい結果が得られるか説明しなさい．

解答例

1. 時系列分析の基本用語
   (a) $\left\{\Delta^d y_t\right\}$ が I(0) となる確率過程.
      - I(0) を「共分散定常」でなく「定常」としたら 2 点.
   (b) 独立な I(1) 間の回帰係数の OLS 推定量が 0 に確率収束しない現象.
   (c) $\{\boldsymbol{\alpha}'\boldsymbol{y}_t\}$ が I(0) となるベクトル $\boldsymbol{\alpha} \neq \mathbf{0}$ が存在する多変量 I(1) 過程.
   (d) 任意の t について

$$\begin{aligned} w_t &= \sigma_t z_t \\ \sigma_t^2 &= c + \alpha_1 w_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_q w_{t-q}^2 \\ \{z_t\} &\sim \mathrm{IID}(0,1) \end{aligned}$$

   ただし $c > 0$，$\alpha_1, \dots, \alpha_q \geq 0$.
      - $\sigma_t^2 = c + \alpha_1 w_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_q w_{t-q}^2$ のみは 2 点.
2. 構造変化の検定
   (a) 検定問題は

$$H_0 : \beta = 0 \quad \text{vs} \quad H_1 : \beta < 0$$

   検定統計量の値（漸近 t 値）は

$$Z = -\frac{.0131516}{.0019183} = -6.856$$

   H_0 の下で $Z \overset{a}{\sim} \mathrm{N}(0,1)$ より近似的な棄却域は $(-\infty, -1.645]$．Z は棄却域に入るので，H_0 を棄却し，H_1 を採択する．
      - 検定問題・検定統計量・分布・棄却域・検定結果各 2 点．以下同様.
   (b) 検定問題は

$$H_0 : \gamma = 0 \quad \text{vs} \quad H_1 : \gamma < 0$$

   検定統計量の値（漸近 t 値）は

$$Z = -\frac{.00701648}{.0017236} = -4.071$$

   H_0 の下で $Z \overset{a}{\sim} \mathrm{N}(0,1)$ より近似的な棄却域は $(-\infty, -1.645]$．Z は棄却域に入るので，H_0 を棄却し，H_1 を採択する．
   (c) 検定問題は

$$H_0 : \begin{pmatrix} \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad \text{vs} \quad H_1 : \begin{pmatrix} \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \neq \mathbf{0}$$

   検定統計量の値（F 値）は

$$F = 37.401$$

   H_0 の下で $F \overset{a}{\sim} \mathrm{F}(2, 158)$ より近似的な棄却域は $[3.05326, \infty)$．F は棄却域に入るので，H_0 を棄却し，H_1 を採択する．
3. Engle–Granger の共和分検定
   (a) ステップ 1, 2 ともに $H_1 : a < 1$.

(b) τ 統計量と t 統計量の定義は同じだが，H_0 の下での（漸近）分布が異なる．

- 定義で 5 点，違いで 5 点．

(c) ステップ 1, 2 ともに p 値＞有意水準より H_0（単位根あり）を棄却しない．

(d) ステップ 1, 2 の結果より I(1) 間の回帰と考えられるので，I(0) 間の回帰を前提とした標準誤差・t 値・p 値は正しくない．

- 「見せかけの回帰」は 2 点（「見せかけの回帰」とは限らない）．

(e) ステップ 4 の共和分回帰の残差の単位根検定は，p 値＞有意水準より H_0（単位根あり）を棄却しない．したがって共和分関係は否定される．またステップ 3 は共和分回帰でないため係数の OLS 推定量は一致性をもたない．この場合は階差をとって I(0) に変換してから回帰すればよい．

- 検定結果で 5 点，正しい結果を得る方法で 5 点．