

計量経済 II : 復習テスト 1

学籍番号 _____ 氏名 _____

2020 年 9 月 29 日

注意：すべての質問に解答しなければ提出とは認めない。正答に修正した上で，復習テスト 1~8 を（左上で）ホチキス止めし，中間試験実施日（12 月 1 日の予定）にまとめて提出すること。

1. $(X_1, X_2, X_3) := (1, 2, 3)$ とする。以下を求めなさい（計算機使用可）。

(a) $\ln X_1, \ln X_2, \ln X_3$

(b) $\Delta X_2, \Delta X_3$

(c) $\Delta X_2/X_1, \Delta X_3/X_2$

(d) $\Delta \ln X_2, \Delta \ln X_3$

2. 関数 $f(x)$ は 3 回微分可能とする. $x = a$ の近傍で $f(x)$ を近似した 3 次関数を $g(x)$ とする. すなわち

$$g(x) := f(a) + f'(a)(x - a) + \frac{f''(a)}{2!}(x - a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x - a)^3$$

(a) $g'(x), g''(x), g'''(x)$ を求めなさい.

(b) $g(a), g'(a), g''(a), g'''(a)$ を求めなさい.

(c) $x = 0$ の近傍で $f(x) := e^x$ を近似した 3 次関数を $g(x)$ とする. $g(x)$ を求めなさい.

(d) $x = 0$ の近傍で $f(x) := e^x$ を近似した n 次関数を $g(x)$ とする. $n \rightarrow \infty$ として e^x を無限次の多項式で表しなさい (これを e^x のマクローリン展開という).

解答例

1. (a) $\ln X_1 = 0, \ln X_2 = 0.69314718056, \ln X_3 = 1.09861228867$
(b) $\Delta X_2 = 1, \Delta X_3 = 1$
(c) $\Delta X_2/X_1 = 1, \Delta X_3/X_2 = 0.5$
(d) $\Delta \ln X_2 = 0.69314718056, \Delta \ln X_3 = 0.4054651081$
2. (a)

$$\begin{aligned}g'(x) &= f'(a) + f''(a)(x-a) + \frac{f'''(a)}{2!}(x-a)^2 \\g''(x) &= f''(a) + f'''(a)(x-a) \\g'''(x) &= f'''(a)\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}g(a) &= f(a) \\g'(a) &= f'(a) \\g''(a) &= f''(a) \\g'''(a) &= f'''(a)\end{aligned}$$

(c) $f(x) = f'(x) = f''(x) = f'''(x) = e^x$ より $f(0) = f'(0) = f''(0) = f'''(0) = 1$. したがって

$$g(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!}$$

(d)

$$\begin{aligned}e^x &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} \right) \\&= 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots\end{aligned}$$