

計量経済 II : 復習テスト 10

学籍番号 _____ 氏名 _____

2020 年 12 月 15 日

注意：すべての質問に解答しなければ提出とは認めない。正答に修正した上で、復習テスト 9~14 を（左上で）ホチキス止めし、定期試験実施日（1 月 26 日の予定）にまとめて提出すること。

1. $\{y_t\}$ をドリフト付きランダム・ウォークとする。すなわち任意の t について

$$\begin{aligned}\Delta y_t &= \delta + w_t \\ \{w_t\} &\sim \text{WN}(\sigma^2)\end{aligned}$$

$\{w_t\}$ は iid とする。

- (a) $E_t(y_{t+1})$ を求めなさい。

- (b) $E_t(y_{t+2})$ を求めなさい。

- (c) $\text{var}_t(y_{t+1})$ を求めなさい。

- (d) $\text{var}_t(y_{t+2})$ を求めなさい。

2. $\{y_t\}$ を定数項なしの $AR(p+1)$ とする. すなわち任意の t について

$$\begin{aligned}\phi(L)y_t &= w_t \\ \{w_t\} &\sim WN(\sigma^2)\end{aligned}$$

ADF 検定の推定式は, 任意の t について

$$\phi^*(L)\Delta y_t = -\phi(1)y_{t-1} + w_t$$

(a) $\phi(1)$ を $\phi_1, \dots, \phi_{p+1}$ で表しなさい.

(b) $p = 0$ として ADF 検定の推定式を ϕ を用いて表しなさい.

(c) $p = 1$ として ADF 検定の推定式を ϕ_1, ϕ_2 を用いて表しなさい.

解答例

1. (a) 式変形すると, 任意の t について

$$y_t = y_{t-1} + \delta + w_t$$

$\{w_t\}$ は iid なので

$$\begin{aligned} E_t(y_{t+1}) &= E_t(y_t + \delta + w_{t+1}) \\ &= y_t + \delta + E_t(w_{t+1}) \\ &= y_t + \delta + E(w_{t+1}) \\ &= y_t + \delta \end{aligned}$$

(b) 逐次代入すると

$$\begin{aligned} y_{t+2} &= y_{t+1} + \delta + w_{t+2} \\ &= y_t + \delta + w_{t+1} + \delta + w_{t+1} \\ &= y_t + 2\delta + w_{t+1} + w_{t+2} \end{aligned}$$

$\{w_t\}$ は iid なので

$$\begin{aligned} E_t(y_{t+2}) &= E_t(y_t + 2\delta + w_{t+1} + w_{t+2}) \\ &= y_t + 2\delta + E_t(w_{t+1}) + E_t(w_{t+2}) \\ &= y_t + 2\delta + E(w_{t+1}) + E(w_{t+2}) \\ &= y_t + 2\delta \end{aligned}$$

(c) $\{w_t\}$ は iid なので

$$\begin{aligned} \text{var}_t(y_{t+1}) &= \text{var}_t(y_t + \delta + w_{t+1}) \\ &= \text{var}_t(w_{t+1}) \\ &= \text{var}(w_{t+1}) \\ &= \sigma^2 \end{aligned}$$

(d) $\{w_t\}$ は iid なので

$$\begin{aligned} \text{var}_t(y_{t+2}) &= \text{var}_t(y_t + 2\delta + w_{t+1} + w_{t+2}) \\ &= \text{var}_t(w_{t+1} + w_{t+2}) \\ &= \text{var}_t(w_{t+1}) + \text{var}_t(w_{t+2}) \\ &= \text{var}(w_{t+1}) + \text{var}(w_{t+2}) \\ &= 2\sigma^2 \end{aligned}$$

2. (a) $\phi(L) := 1 - \phi_1 L - \dots - \phi_{p+1} L^{p+1}$ より

$$\phi(1) = 1 - \phi_1 - \dots - \phi_{p+1}$$

(b) AR(1) は任意の t について

$$y_t = \phi y_{t-1} + w_t$$

両辺から y_{t-1} を引くと

$$\begin{aligned} \Delta y_t &= (\phi - 1)y_{t-1} + w_t \\ &= -(1 - \phi)y_{t-1} + w_t \end{aligned}$$

(c) AR(2) は任意の t について

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + w_t$$

両辺から y_{t-1} を引くと

$$\begin{aligned}\Delta y_t &= (\phi_1 - 1)y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + w_t \\ &= (\phi_1 + \phi_2 - 1)y_{t-1} - \phi_2(y_{t-1} - y_{t-2}) + w_t \\ &= -(1 - \phi_1 - \phi_2)y_{t-1} - \phi_2 \Delta y_{t-1} + w_t\end{aligned}$$