

計量経済 II : 復習テスト 14

学籍番号 _____ 氏名 _____

2021 年 1 月 19 日

注意：すべての質問に解答しなければ提出とは認めない。正答に修正した上で、復習テスト 9~14 の写真を 1 月 31 日までに My KONAN で提出すること。

1. $\{x_t\}, \{y_t\}$ を $I(0)$ とする。 $\{x_t\}$ を所与とした $\{y_t\}$ の p 次の分布ラグモデルは、任意の t について

$$y_t = \alpha + \beta(L)x_t + u_t$$

ただし $\beta(L) := \beta_0 + \beta_1 L + \dots + \beta_p L^p$ で $\{u_t\}$ は平均 0 の $I(0)$ 。

(a) ラグ多項式を使わずに分布ラグモデルを書きなさい。

(b) 2 次のアーモン・ラグを定義しなさい。

(c) 2 次のアーモン・ラグをもつ p 次の分布ラグモデルが次のように書けることを示しなさい。

$$y_t = \alpha + \gamma_0 \sum_{s=0}^p x_{t-s} + \gamma_1 \sum_{s=1}^p s x_{t-s} + \gamma_2 \sum_{s=1}^p s^2 x_{t-s} + u_t$$

2. $\{y_t\}$ を四半期系列, $\{x_t\}$ を月次系列とする. 時点 t までの $\{x_t\}$ の観測値を \mathbf{X}_t とすると, y_t の \mathbf{X}_t 上への p 次の MIDAS 回帰モデルは, 任意の t について

$$E(y_t|\mathbf{X}_t) = \alpha + \beta w(L^{1/3}) x_t$$

ただし $w(L^{1/3}) := w_0 + w_1 L^{1/3} + \dots + w_p L^{p/3}$.

- (a) ラグ多項式を使わずに MIDAS 回帰モデルを書きなさい.

- (b) 2 次の正規化指数アーモン・ラグを定義しなさい.

- (c) 2 次の正規化指数アーモン・ラグをもつ p 次の MIDAS 回帰モデルを書きなさい.

解答例

1. (a) 分布ラグモデルは, 任意の t について

$$\begin{aligned} y_t &= \alpha + (\beta_0 + \beta_1 L + \cdots + \beta_p L^p) x_t + u_t \\ &= \alpha + \beta_0 x_t + \beta_1 L x_t + \cdots + \beta_p L^p x_t + u_t \\ &= \alpha + \beta_0 x_t + \beta_1 x_{t-1} + \cdots + \beta_p x_{t-p} + u_t \end{aligned}$$

(b) 2 次のアーモン・ラグは, $s = 0, \dots, p$ について

$$\beta_s := \gamma_0 + \gamma_1 s + \gamma_2 s^2$$

(c) 代入して整理すると, 任意の t について

$$\begin{aligned} y_t &= \alpha + \gamma_0 x_t + (\gamma_0 + \gamma_1 + \gamma_2) x_{t-1} + \cdots + (\gamma_0 + \gamma_1 p + \gamma_2 p^2) x_{t-p} + u_t \\ &= \alpha + \gamma_0 \sum_{s=0}^p x_{t-s} + \gamma_1 \sum_{s=1}^p s x_{t-s} + \gamma_2 \sum_{s=1}^p s^2 x_{t-s} + u_t \end{aligned}$$

2. (a) MIDAS 回帰モデルは, 任意の t について

$$\begin{aligned} E(y_t | \mathbf{X}_t) &= \alpha + \beta \left(w_0 + w_{1/3} L^{1/3} + \cdots + w_{p/3} L^{p/3} \right) x_t \\ &= \alpha + \beta \left(w_0 x_t + w_1 L^{1/3} x_t + \cdots + w_p L^{p/3} x_t \right) \\ &= \alpha + \beta \left(w_0 x_t + w_1 x_{t-1/3} + \cdots + w_p x_{t-p/3} \right) \end{aligned}$$

(b) 2 次の正規化指数アーモン・ラグは, $s = 0, \dots, p$ について

$$w_s := \frac{\exp(s\gamma_1 + s^2\gamma_2)}{1 + \exp(\gamma_1 + \gamma_2) + \exp(2\gamma_1 + 4\gamma_2) + \cdots + \exp(p\gamma_1 + p^2\gamma_2)}$$

(c) 代入すると, 任意の t について

$$\begin{aligned} E(y_t | \mathbf{X}_t) &= \alpha + \beta \frac{x_t + \exp(\gamma_1 + \gamma_2) x_{t-1/3} + \exp(2\gamma_1 + 4\gamma_2) x_{t-2/3} + \cdots + \exp(p\gamma_1 + p^2\gamma_2) x_{t-p/3}}{1 + \exp(\gamma_1 + \gamma_2) + \exp(2\gamma_1 + 4\gamma_2) + \cdots + \exp(p\gamma_1 + p^2\gamma_2)} \end{aligned}$$