計量経済 II：後期定期試験

村澤 康友

2020 年 1 月 28 日

注意：3 問とも解答すること．結果より思考過程を重視するので，途中計算等も必ず書くこと（部分点は大いに与えるが，結果のみの解答は 0 点とする）．教科書のみ参照してよい（他の講義資料・ノートは持込不可）．

1. （20 点）以下の用語の定義を式または言葉で書きなさい（各 20 字程度）．
   (a) 最強力検定 (b) 偏回帰係数 (c) 古典的正規線形回帰モデル (d) 回帰変動（ESS）
2. （30 点）某大学 1 年生の大学での GPA（colgpa）と高校での GPA（hsgpa）について回帰分析を行い，以下の結果を得た．

```
モデル 1: 最小二乗法 (OLS), 観測: 1-427
従属変数: colgpa
                係数        標準誤差
  -------------------------------
  const      0.920577    0.204631
  hsgpa      0.524173    0.0571206
Mean dependent var   2.785504   S.D. dependent var   0.540820
Sum squared resid    103.9935   S.E. of regression   0.494662
R-squared            0.165374   Adjusted R-squared   0.163410
F(1, 425)            84.21012   P-value(F)           1.95e-18
```

   （a）高校での GPA から大学での GPA への限界効果の OLS 推定値・標準誤差・t 値は幾らか？
   （b）標本の大きさ，残差変動，誤差分散の推定値は幾らか？
   （c）t 値は H_0 の下でどのような分布にしたがうか？それを踏まえて高校と大学の GPA の関係の有無に関する有意水準 5% の片側検定の結果を述べなさい．
3. （50 点）将棋の対局における先手の有利性の仮説検定を考える．先手の勝ちを 1，負けを 0 で表すと，（先手の）対局結果は $\mathrm{Bin}(1,p)$ にしたがう．無作為に選んだ n 局の対局結果 $(X_1,\dots,X_n)$ の標本比率（＝標本平均）を $\hat{p}$ とする．
   （a）検定問題を定式化しなさい（問題意識を踏まえること）．
   （b）$\hat{p}$ の漸近分布を求めなさい．
   （c）検定統計量を定義し，その H_0 の下での分布を求め，有意水準 5 ％の検定の棄却域を定めなさい．
   （d）$n=100$，$\hat{p}=.56$ として検定統計量の値を求め，検定を実行しなさい．
   （e）検定統計量の値の p 値を求めなさい．

解答例

1. 統計学の基本用語
   (a) 与えられた有意水準の下で検出力が最大の検定.
   (b) 重回帰モデルの回帰係数.
      - 「回帰係数」の定義は 2 点.
   (c) 誤差項が独立に $\mathrm{N}\left(0,\sigma^2\right)$ に従う線形回帰モデル.
      - 「古典的線形回帰モデル」の定義は 2 点.
   (d) $\mathrm{ESS} := \sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2$.
2. 回帰分析
   (a) OLS 推定値は 0.524173, 標準誤差は 0.0571206, t 値は 0.524173/0.0571206=9.177.
      - OLS 推定値 3 点, 標準誤差 3 点, t 値 4 点.
   (b) 標本の大きさは 427, 残差変動は 103.9935, 誤差分散の推定値は $0.494662^2 \approx 0.245$.
      - 標本の大きさ 3 点, 残差変動 3 点, 誤差分散の推定値 4 点.
   (c) t 値は H_0 の下で $\mathrm{t}(425)$ にしたがう. 有意水準 5% の片側検定の棄却域は $[1.65,\infty)$, t 値は 9.177 なので, 無関係との H_0 は棄却される.
      - t 値の分布で 5 点, 検定結果で 5 点.
      - $\mathrm{t}(425)$ を $\mathrm{N}(0,1)$ としたら 1 点. 自由度の誤りも 1 点.
3. 母比率の片側検定
   (a)
   $$H_0 : p = .5 \quad \text{vs} \quad H_1 : p > .5$$
      - 両側検定は 2 点.
   (b)
   $$\hat{p} \overset{a}{\sim} \mathrm{N}\left(p, \frac{p(1-p)}{n}\right)$$
   (c) 標準化すると
   $$\frac{\hat{p}-p}{\sqrt{p(1-p)/n}} \overset{a}{\sim} \mathrm{N}(0,1)$$
   検定統計量は
   $$\begin{aligned} Z &:= \frac{\hat{p}-.5}{\sqrt{.5(1-.5)/n}} \\ &= \frac{\hat{p}-.5}{\sqrt{1/(4n)}} \\ &= 2\sqrt{n}(\hat{p}-.5) \end{aligned}$$
   H_0 の下で
   $$Z \overset{a}{\sim} \mathrm{N}(0,1)$$
   標準正規分布表より H_0 の下で
   $$\Pr[Z \geq 1.65] \approx .05$$
   したがって棄却域は $[1.65,\infty)$.

- 検定統計量で 5 点，分布で 2 点，棄却域で 3 点.

（d）$n = 100$，$\hat{p} = .56$ なら

$$\begin{aligned} Z &= 2\sqrt{100}(.56 - .5) \\ &= 20 \cdot .06 \\ &= 1.2 \end{aligned}$$

これは棄却域に入らないので H_0 は採択.

（e）標準正規分布表より $Z = 1.2$ なら p 値は.11507.