

経済統計 II：後期定期試験

村澤 康友

2021 年 1 月 25 日

注意：3 問とも解答すること。結果より思考過程を重視するので、途中計算等も必ず書くこと（部分点は大きいに与えるが、結果のみの解答は 0 点とする）。

- (20 点) 以下の用語の定義を式または言葉で書きなさい（各 20 字程度）。
(a) χ^2 統計量 (b) 正規方程式 (c) F 値 (d) 自由度修正済み決定係数
- (30 点) ある年のある地域の住宅価格（1000 ドル）と床面積（平方フィート）の関係を、両変数とも対数変換して単回帰分析し、次の結果を得た。

$$\widehat{\ln \text{price}} = -0.508143 + 0.829770 \ln \text{sqft}$$

(0.70962) (0.094381)

$$T = 14 \quad \bar{R}^2 = 0.8544 \quad F(1, 12) = 77.294 \quad \hat{\sigma} = 0.10316$$

(丸括弧内は標準誤差)

回帰係数を β とし、次の片側検定を考える。

$$H_0 : \beta = 0 \quad \text{vs} \quad H_1 : \beta > 0$$

- β の t 値は幾らか？
 - 古典的正規線形回帰モデルを仮定する。 β の t 値は H_0 の下でどのような分布に従うか？
 - 有意水準 1% の検定の棄却域を定め、検定結果を述べなさい。
3. (50 点) Go To トラベル事業の利用（2020 年 8 月末まで）と発熱症状（同年 9 月末まで）の関係を検証したい。そこで無作為に選んだ 25,482 人を調査し、次表の結果を得た（小数第 3 位を四捨五入）。

Go To \ 発熱	症状あり	症状なし	計
利用あり	0.01	0.12	0.13
利用なし	0.03	0.84	0.87
計	0.04	0.96	1.00

Go To 利用ダミー変数を X 、発熱ダミー変数を Y とし、同時確率質量関数を $p_{X,Y}(\cdot, \cdot)$ 、周辺確率質量関数を $p_X(\cdot), p_Y(\cdot)$ とする。

- 検定問題を定式化しなさい（言葉でなく数式で）。
 - H_0 の下で期待される各欄の相対度数を表で示しなさい（小数第 4 位まで）。
 - 独立性の χ^2 検定統計量は H_0 の下でどのような分布に近似的に従うか？（証明不要）
 - 有意水準 5% の検定の棄却域を定めなさい。
 - χ^2 統計量の値は約 9.38 であった。有意水準 5% の検定を実行しなさい。
- ※数値例はフィクションです。

解答例

1. 統計学の基本用語

(a) H_0 の下で χ^2 分布にしたがう検定統計量.

- 「 H_0 の下で」がなければ 1 点.

(b) OLS 問題の 1 階の条件を整理した式.

(c) $H_0 : \beta = 0$ の両側検定の F 統計量の値.

- 「 $H_0 : \beta = 0$ 」がなければ 0 点.

(d)

$$\bar{R}^2 := 1 - \frac{\text{RSS}/(n-k)}{\text{TSS}/(n-1)}$$

2. 単回帰分析

(a)

$$t = \frac{0.829770}{0.094381} \approx 8.79$$

(b) H_0 の下で $t \sim t(n-k)$. $n = 14, k = 2$ より $t \sim t(12)$.

(c) t 分布表より棄却域は $[2.681, \infty)$. $t \approx 8.79$ は棄却域に入るので H_0 を棄却して H_1 を採択.

- 前問の答と整合的なら OK.

3. 独立性の χ^2 検定

(a)

$$H_0 : p_{X,Y}(\cdot, \cdot) = p_X(\cdot)p_Y(\cdot) \quad \text{vs.} \quad H_1 : p_{X,Y}(\cdot, \cdot) \neq p_X(\cdot)p_Y(\cdot).$$

(b) 次表の通り.

Go To \ 発熱	症状あり	症状なし	計
利用あり	0.0052	0.1248	0.13
利用なし	0.0348	0.8352	0.87
計	0.04	0.96	1.00

(c) $\chi^2(1)$.

- 自由度を数字で明記しなければ 0 点.

(d) $[3.84146, \infty)$.

(e) $\chi^2 \approx 9.38$ は棄却域に入るので H_0 を棄却して H_1 を採択. すなわち Go To トラベルの利用と発熱症状は独立でない.

- 理由を説明しなければ 0 点.